学び合い活動における分数のわり算の指導
－繁分数を活用した事例を通して－

Teaching the division of fractions through active student participation
－ Sample case using complex fractions －

近畿大学附属小学校
松岡　克典
MATSUOKA　Katsunori
KINDAI University
Elementary School

キーワード：繁分数，逆数，活用，再構成，問題解決

Abstract : Instead of having the students only memorize and use the usual method of dividing fractions by reversing the fraction (turning the fractions upside down), the teacher should take advantage of what the students have already learned. The teacher should encourage the students to use what they have learned to think of different ideas and methods while they discover and gain an understanding about how to divide fractions. Allowing students to learn from each other will not only help raise the students' awareness but also their way of thinking about how to do the calculations to divide fractions. This method of using what they have already learned as well as learning from other students' ideas and methods will also give the students a sense of fulfillment through their active participation.

keywords : Complex Fractions , Reversing the Fraction, Using, Rethinking, Problem Solving

１．はじめに

分数の除法は，「分母と分子をいれかえてかければいい」といわれるように，除数を逆数にしてかけることで，答えを導くことができる。分数の除法は，小学校・第 6 学年に位置づけられ，小学校の演算の完結として重要な意義をもつにも関わらず，実態としては，計算自体が簡単なため，子供達はあえてなぜそうなるのかを追究しようとする姿があまり見られない。

そこで，ただ単に，手続き上で形式的（除数を逆数にしてかけること）に覚えさせるのではなく，分数の除法の演算の意味（どうして除数の逆数をかければ答えが求められるのか）について考えさせることが，再構成できる力に繋がると考えた。

稲垣(2007)は，「理解」とは「外界の状態やその変化について首尾一貫した解釈を確信を持って採用すること」と定義している。そして，「理解が深まる」とは，「この解釈がより首尾一貫したものになり，より広い範囲に適応できる包括的なものになり，より確信度が高まること」であると述べる。具体的には，特定領域での経験の積み重ねと，それに伴う知識量の増大が引き起こす知識間構造の大幅な組み替えによって「理解の深化」は生じる。こうした知識の組み替えを「知識の再構成化」と呼んでいる。

「知識の再構成化」が行われるために，学習活動の中に子供同士の説明・対話に基づく学び合い活動を取り入れることにした。そうすることで，互いに理由を説明したり，補足したり，反論を行ったりする一連の対話が，理解を深めることに繋がると考えたからである。つまり，子供同士が学び合いを通して考えた解決方法を共有することで知識や技能を獲得し，多様な考えを統合することにより，自分の考えを深めていくことが再構成できる力に繋がるのではないかと考えた。

また，既習事項を活用して，筋道を立てて考えさせ，分数の除法の計算の仕方をつくる過程を重視することにより，自らの手で計算方法を創り出したという実感を味わわせる指導方法について考えることにした。これにより，数学的な見方・考え方を高めるだけでなく，自らの手で形式化したという成就感をもたせることも，再構成できる力に繋がるのではないかと捉えた。

２．本研究の立場

知識や技能の習得だけに偏る授業でなく，問題解決の過程をふり返り，それを活用して新たな知識を構成する問題解決学習の授業を通して，子供の資質や能力を高めようと考える。そして，子供の知識や個性が生きる活用の場を考えることにする。

本研究では，問題解決学習の算数の授業において，常に活用を通して知識を構成する展開を行っており，例えば，１時間の授業の前半の解決方法が，後半の知識づくりの対象へ転化され，知識の再構成が行われるという立場で実践している。知識を積極的に活用し，思考力・判断力・表現力を身に付けることは，学習指導要領の基本的な考え方であるとともに，知識の活用，振り返り，知識の再構成という一連の過程は算数科学習の本質でもあると考える。

分数の除法の指導では，逆数をかけるという根拠を扱う場合でも，これまでの小学校算数の教科書の展開例が，被除数・除数の両方に除数の逆数をかけるという１つの方法のみを扱うだけであった。新たな知識を習得してもそれを活用したり，時間が経っても再構成したりすることができなければ，確かに身に付いたと言えないと考える。

また，子供自身が考え，計算原理を生み出すという実践もあまり見られない。そこで，計算原理を考えさせ，自ら創り出させる指導に転換するにはどうすればよいか考えることにした。

３．研究の方法

（１）教科書分析について

新学習指導要領の改訂を受けて，平成 23 年度の教科書（小学校・算数・第 6 学年）から「逆数」が導入された。それに伴って，各教科書会社が逆数をどこに位置づけ，さらに，平成 27 年度でどう変更されたのか，比較検討してみた。

表１　各教科書会社の「逆数」の位置づけ

	23 年度	27 年度
T 社	分数×分数 逆数 分数÷分数	分数×分数 逆数 分数÷分数
K 社	分数×分数 逆数 分数÷分数	分数×分数 逆数 分数÷分数
G 社	分数×分数 逆数 分数÷分数	分数×分数 逆数 分数÷分数
N 社	分数×分数 分数÷分数 逆数	分数×分数 逆数 分数÷分数
D 社	分数×分数 分数÷分数 逆数	分数×分数 分数÷分数 逆数
S 社	分数×分数 逆数 分数÷分数	分数×分数 逆数 分数÷分数

（小学校・算数・第 6 学年）

表 1 を見ても分かるように，27 年度（小学校・算数・第 6 学年）では逆数の取り扱いを分数の乗法の中に位置づけている教科書が 6 社中 5 社である。つまり，分数の除法において「逆数をかける」という操作をしやすくしているといえる。

次に，分数の除法の第 1 時において，除数が単位分数なのか，どのような数値を使っているのか，また，乗法ではどうなっているのかを探ってみた。

乗法では，単位分数から導入しているのが 6 社中 4 社で，各社とも 27 年度も数値はそのままである。

除法においては，問題設定はすべて等分除の場面であり，包含除の場面は見られない。図と関連づけて具体的に考えさせるためには，等分除の場面が有効である。

そして，「÷単位分数」からの導入が，6 社中 3 社と

なっている。この 3 社はいずれも分数の乗法で単位分数から導入している。

表２　各教科書会社の第 1 時の数値

	23 年度		27 年度	
T 社	$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$
K 社	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}\div\frac{1}{3}$	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}\div\frac{1}{3}$
G 社	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$
N 社	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$	$\frac{5}{8}\div\frac{1}{3}$	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$	$\frac{5}{8}\div\frac{1}{3}$
D 社	$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}$
S 社	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}\div\frac{1}{4}$	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}\div\frac{1}{4}$

（小学校・算数・第 6 学年）

共通点としては，どの教科書もペンキを塗る場面で，公式を形式的に覚えさせるのではなく，その原理を理解させ，視覚で理解させるための工夫が施されている。そして，（ぬれる面積）÷（ペンキの量）＝（1dL でぬれる面積）という考え方がどの教科書にも載っている。

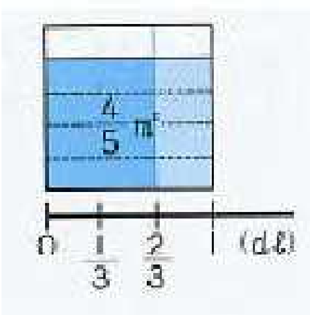


図１　面積図

さらに，「分数÷分数」の計算の仕方の説明はどのようになっているか比較してみた。

表３　「分数÷分数」の計算の仕方の説明

	23 年度	27 年度
T 社	対応数直線図 面積図	対応数直線図 （面積図）
K 社	対応数直線図 面積図	対応数直線図 面積図
G 社	対応数直線図 面積図	対応数直線図 面積図
N 社	面積図 対応数直線図	面積図 対応数直線図
D 社	対応数直線図 （面積図）	対応数直線図 （面積図）
S 社	対応数直線図	対応数直線図

（小学校・算数・第 6 学年）

1 社を除き各社教科書とも，対応数直線図と面積図の方法・過程を採用している。（順序は不同）27 年度では両方を扱っているのが 3 社で，2 社が面積図の扱いがコラムのような紹介程度になっている。これは，子供の実態から判断して，面積図の理解が十分でないため，変容してきていると考えられる。

（２）学び合い活動

本校の子供達の実態として，「分数を分数でわる計算は，わる数の分母と分子をひっくり返してかければよい。」という形式化された知識を身に付いている子がほとんどである。

また，分数でわる計算の仕方を考える際，次のような「問題解決の学び方」が想定される。形式化された知識に結びつけようと式を変形させるのか，あるいは，ことばの式や数直線等を使って考え，除数の意味を考えながら解決しようとするのか，さらには，既習の(分数)×(整数)の計算や，わり算の性質を使って除数が整数になるように式を変形させるのか等といった姿である。そこで，これらの考えを言葉や式，図，表等を使って表し，学び合わせるようにすることで，学び合い活動により，他の考えを知り，より簡潔，明瞭，的確な方法に洗練していくと共に自分の考えを深めていくようにする。

また，図と式を関連付け，共通性を認めることから，既習の学習事項を基にして新しい内容を構成していくという算数科の教科の特性を再度意識させ，内容の系統性を生かして算数をつくるという姿勢で学ぶように自覚させるようにする。

指導にあたっては，既習の基礎・基本を生かして考えさせるようにする。分数のわり算では，ある数でわることは，その逆数をかけることであるという見方を，色々な考え方から子供なりの表現でまとめ，理解させていく過程を大切にすることで，再構成できる力に繋がるようにする。

（３）指導計画の工夫

「分数のかけ算」の単元では，分数のかけ算の意味や計算の仕方について考える際に，前学年の内容を生かして，進めることができた。具体的には，$\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$ の計算の仕方を考えさせる学習では，$\frac{1}{3}$ は 1 を 3 等分したものだから $\frac{4}{5}$ を 3 でわるという方法や，かける数を整数にするという方法で，既習の（分数）÷（整数）の考え方を使って解決するようにした。

図２　分数のかけ算の第１時の様子①

指導計画を改善し，（分数）÷（整数）の学習を想起させることにより，面積図だけでなく，計算の仕方を既習事項を使って自力で見つけさせることができるようにすることで，（分数）×（分数）の計算方法を形式化する過程を重視することができた。

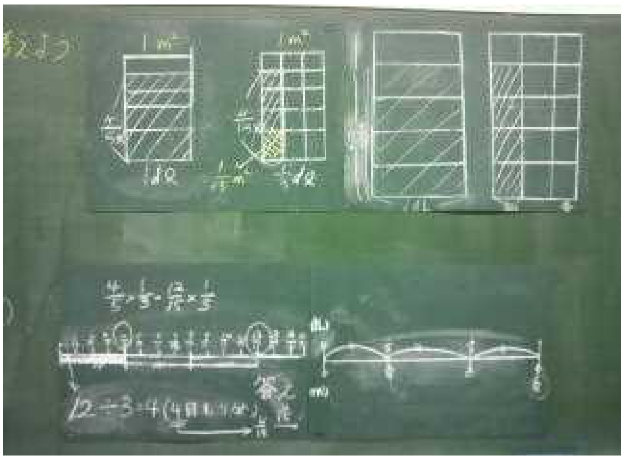


図３　分数のかけ算の第１時の様子②

さらに，逆数を「分数のかけ算」に位置づけた。ここでは，逆数の用語とその意味を知らせ，そして，「分数のわり算」の際に，ある数でわることは，その逆数をかけることであるという見方ができるようになると想定し，取り入れることにした。

（４）分数のわり算の指導

（第1時　2015.5.25　第6学年4クラス　対象児童116名）
（第2時　2015.5.26　第6学年4クラス　対象児童116名）

第 1 時ではまず，問題場面を（分数）÷（分数）とし，既習のわり算や分数のかけ算の考えを生かし，数直線などを基に，計算の仕方を考えさせるようにした。ここでは，（分数）÷（単位分数）ではなく，逆数にすることの意味が最も顕著に現れる$\div\frac{3}{4}$を扱うことにした。また，面積図を用いる場合にも，除数が単位分数だと同数累加の考え方が如実に出てしまうため，除数は単位分数でない$\frac{2}{5}$に設定した。

次に，第 2 時では（分数）÷（分数）の計算方法を形式化する際に式を変形させていく過程で，分母と分子をそれぞれどのようにすればよいかに目を向けさせ，（分数）÷（分数）の計算は，わる数を分母と分子を入れかえてかければよいことを，逆数を用いた考えと結びつけ，ことばでまとめさせるようにした。そして，文字を使って一般化させた。さらに，一般化した式を使って，形式的に計算の処理ができるようにした。

４．結果

分数のわり算の第 1 時で育てたい数学的な考え方は，既習のわり算や，前単元「分数のかけ算」で学習した数直線や面積図を使って，（分数）÷（分数）の計算の仕方を考え，説明することができることである。

そのための手だてとして，まず，ことばの式を手がかりに，除数が分数でも，わり算の式に表せることを確認し，（分数）÷（分数）の計算の仕方を考えるという課題をつかませるようにした。

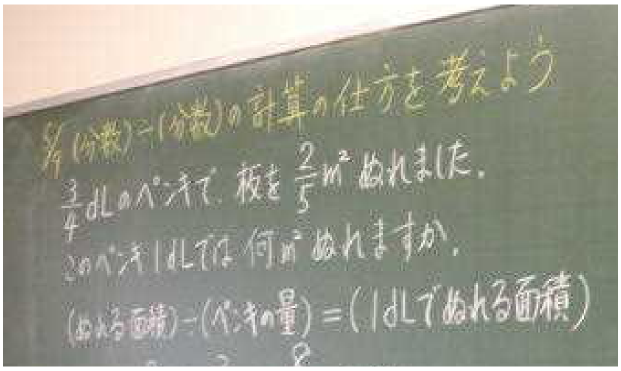


図４　問題場面と課題，ことばの式

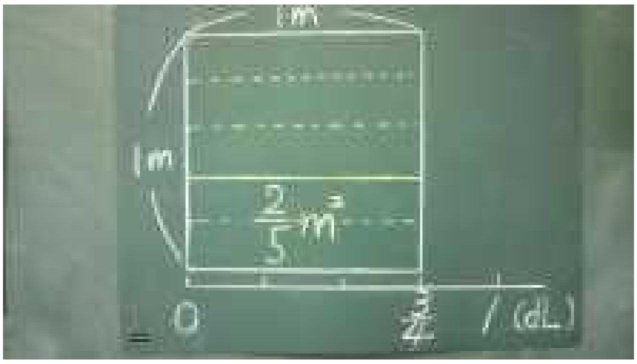


図５　面積図

見通しをもつ段階では，面積図を使い計算の意味をとらえさせたり，計算法則を使い除数を 1 にしたりすることで，計算の仕方を考え出すという算数的活動を行い，解決の方法の手がかりとなる見通しを一人一人にもたせるようにした。

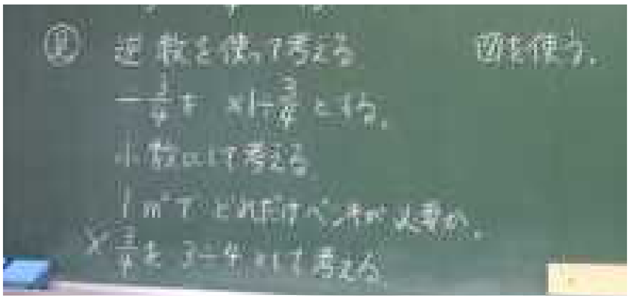


図６　見通し

そして，自力解決の段階では，面積図や，数直線から考える方法や，除数の性質などを利用する方法や，割合の考えを利用する方法等が出てきた。

さらに，集団解決の場では，色々な方法で解決したことを比較・検討させ，それぞれの考え方のよい点を話し合わせるようにした。

①　面積図を使って考える。

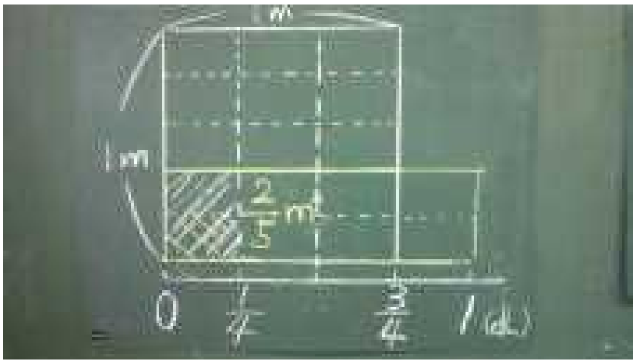


図７　面積図を使って考える

分数のかけ算で学習した面積図を手がかりに，1 ㎡を横に 5 等分，縦に 3 等分した 1 つ分の面積は，$\frac{1}{5\times3} = \frac{1}{15}$ ㎡となる。そして，1dL でぬれる面積は（2 × 4）個だから，$\frac{1}{5\times3}$が（2 × 4）個となる。したがって，$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{5\times3} \times (2\times4)$ と解決するのである。この考えは，単位面積が何個分あるかで考えている。

②　数直線図で考える。

数直線図での考えは，1dL は$\frac{3}{4}$dL の$\frac{4}{3}$ 倍だから，1dL でぬれる面積は，$\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$ ㎡になる。

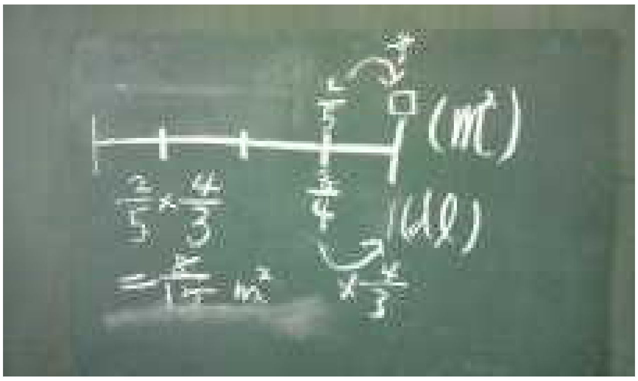


図８　数直線を使って考える

図９　図 8 と同じ考え

1dL が $\frac{3}{4}$dL のどれくらいかという考え方で解決している。また，図 9 の考え方と図 8 の考えが同じであることが学び合いで理解できた。

③ $\frac{1}{4}$dLのぬれる量から考える。

$\frac{1}{4}$dL でぬれる面積は，$\frac{2}{5}\div 3$（㎡）であることから，1dL でぬれる面積を求める。

すると，$\frac{2}{5}\div 3\times 4$（㎡）となる。

ここでは，$\frac{3}{4}$は $\frac{1}{4}$が 3 つ分，1 は$\frac{1}{4}$が 4 つ分という分数の意味にもどって計算の仕方を考えている。

また，図 11 の考え方と図 10 の考えが同じであることが学び合いで理解できた。

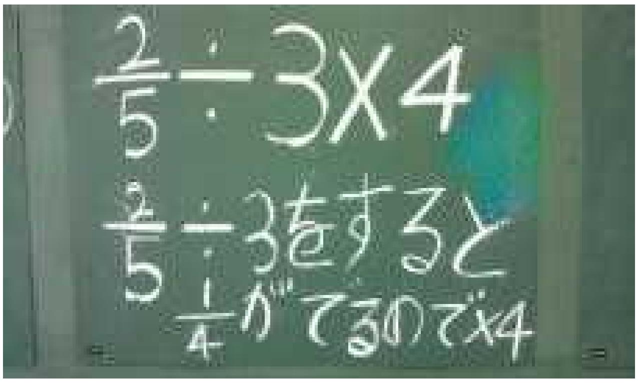


図10　$\frac{1}{4}$dL のぬれる量から考える

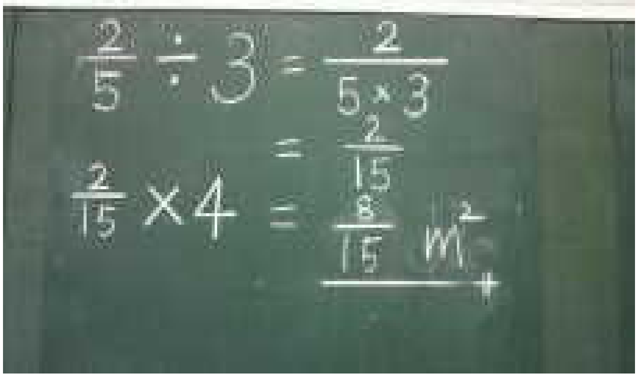


図11　図 10 と同じ考え

④　小数にして考える。

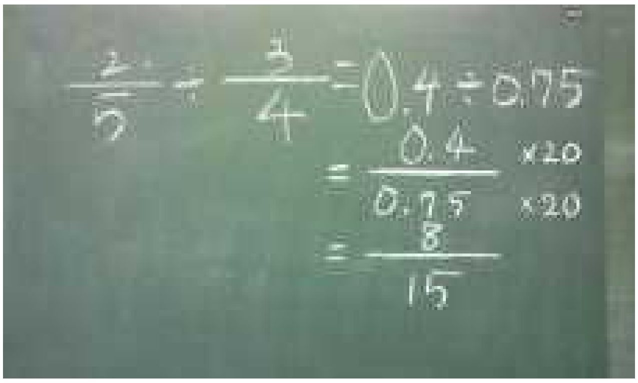


図12　小数にして考える

$\frac{2}{5}$ を 0.4，$\frac{3}{4}$ を 0.75 として，商分数を活用して考える。ここでは，小数に直して商分数で考えている。そして，分母と分子を整数にするために 20 をかけている。この考え方はこれまでの分数の表し方に対しイレギュラーだと思われがちだが，これまでの分数の表し方の違いから，繁分数へと発展していくのである。

⑤　分数の除数を既習の整数にして考える。

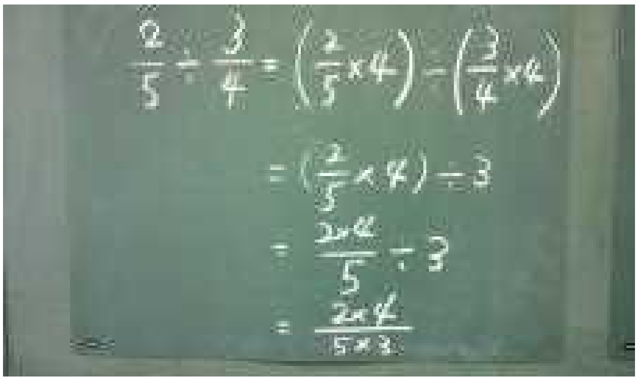


図13　分数の除数を既習の整数にして考える

$\frac{3}{4}$ を整数にするために，4 を被除数，除数にかけて，既習の（分数）÷（整数）にする。これは，わり算の性質を活用して考えている。

途中の式の $\frac{2}{5} \times 4 \div 3$ が，3dL でどれだけ塗ることができるかを求めて 3 でわるという考え方になるのだが，ここでは追求しなかった。

⑥　整数のわり算にして考える。

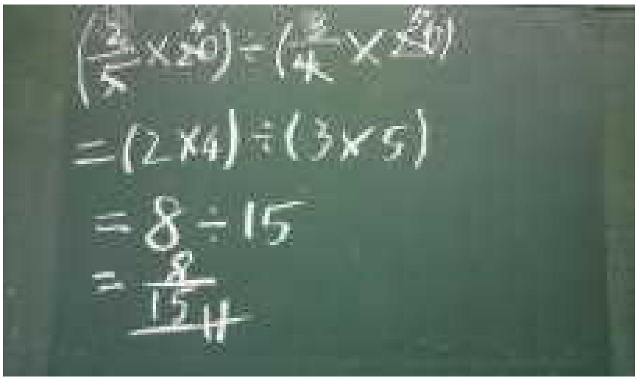


図14　整数のわり算にして考える

被除数，除数の分母の最小公倍数の 20 を両方にかけて，商分数を使って求めている。この考えは，わり算の性質と商分数を活用している。

⑦　逆数を使って考える。

わり算の性質を使って，除数の分数を整数になるように，被除数と除数に除数の逆数をかけるようにしている。この考え方は，わり算の性質と逆数を活用して考えている。

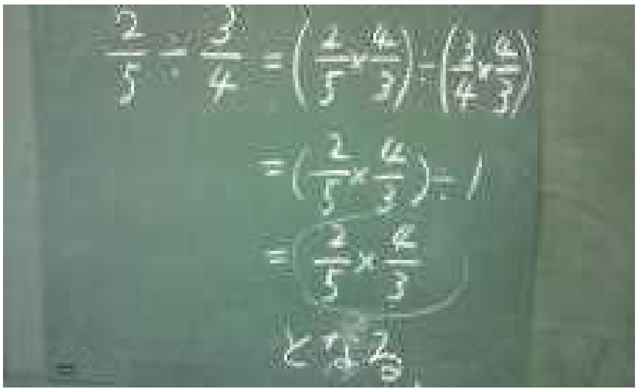


図15　逆数を使って考える

⑧　逆数を類推的に考える。

$6 \div 2$ が $6 \times \frac{1}{2}$ となるように，わるということは，逆数をかけるということであるから，$\div \frac{3}{4}$ は $\times \frac{4}{3}$ となるだろうという類推的推論から求めている。この考えは，逆数を類推的に考えている。

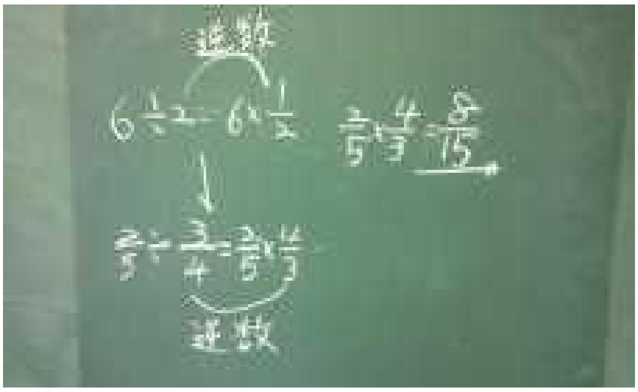


図16　逆数を類推的に考える

⑨　分子÷分子，分母÷分母で考える。

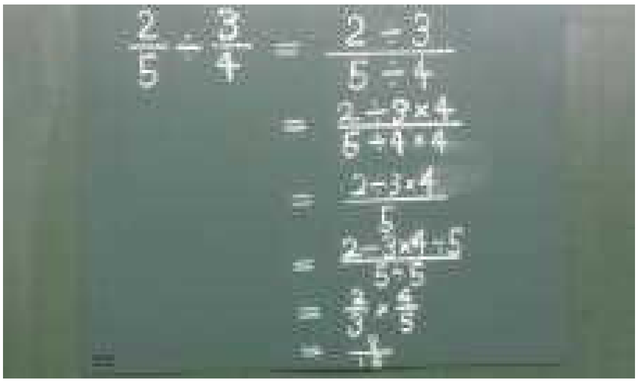


図17　分子÷分子，分母÷分母で考える

既習事項である分数の乗法から類推的に考えて，分母同士，分子同士わればできると考えた。

まず，分母の÷４を無くしたいので，分母・分子に×４をする。次に，分母の５を無くしたいので，分母・分子を÷５する。分子の２÷３を$\frac{2}{3}$，４÷５を$\frac{4}{5}$にすると，$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$の既習の分数のかけ算で求めることができる。これは，分数の乗法から類推的に考えている。

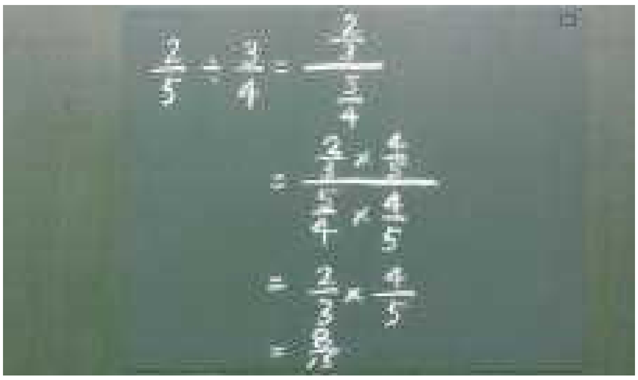


図18　分子÷分子，分母÷分母で考える

また，図18のように，分子を２÷３，分母を５÷４とし，それぞれ商分数で表し，繁分数にする方法も考えられた。ここでは，分母の$\frac{5}{4}$に逆数をかけて，分母を１にすると，$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$の既習の分数のかけ算で求めることができるのである。これも，分数の乗法から類推的に考えている。

⑩　繁分数で考える。

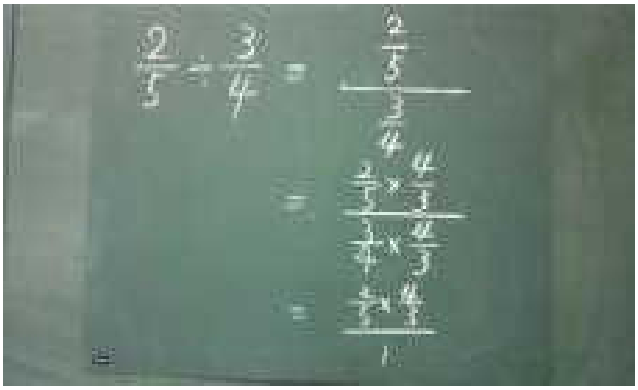


図19　繁分数で考える

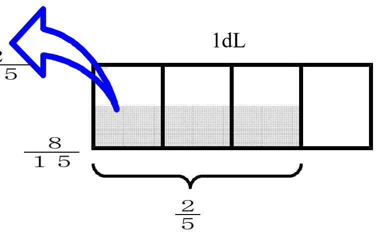
商分数の類推として，被除数を分子，除数を分母として考えている。ここでは，分母の$\frac{3}{4}$に逆数の$\frac{4}{3}$をかけて，分母を１にして，$\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$の計算で求めている。これは，商分数を類推的に考えている。

⑪　他の考え方

① 割合の考えを活用する方法

$\frac{2}{5}\div 3=\frac{2}{15}$

$\frac{2}{15}\times 4=\frac{8}{15}$



② 3 dL でどれだけ塗ることができるか求めて３でわる考え方

$\frac{3}{4}$ dL …… $\frac{2}{5}$ m²

×４　　　　　　　　×４

3 dL …… $\frac{8}{5}$ m²

÷３　　　　　　　　÷３

1 dL …… $\frac{8}{15}$ m²

③ 通分して考える方法

$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{8}{20}\div\frac{15}{20}=8\div 15=\frac{8}{15}$

図20　他の考え方

他にも，割合の考えを活用する方法や，3dL でどれだけ塗ることができるかを求めて 3 でわるという考え方，通分して考える方法等もあるのだが，実際に授業では出てこなかったので図 20 に紹介する。

５．考察

（１）一般化を図る

第 2 時には，第 1 時で出てきた 4 クラスの色々な考え方を紹介し，学び合い活動を通して分数のわり算の計算の仕方の一般化を図ることにした。（分数）÷（分数）の計算方法を形式化する際に，前の時間に出てきた考え方を振り返り，「同じような式に変形できないかな」と推論させ，定義に基づいて説明できるかどうか探ってみた。例えば，④の小数にして考える方法については，分子も分母も小数になっているのが分かりにくい。そこで，小数に直さずに⑩のように，繁分数にすれば同じことになる。という見方ができていた。

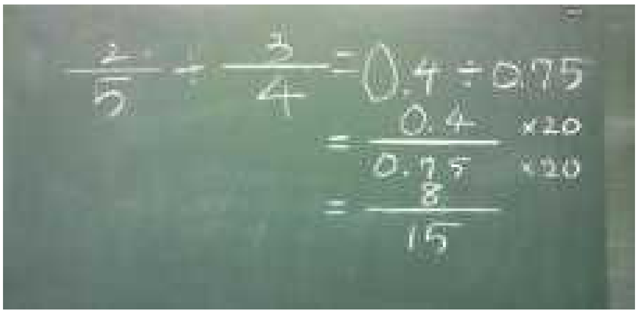


図21　④の考え方

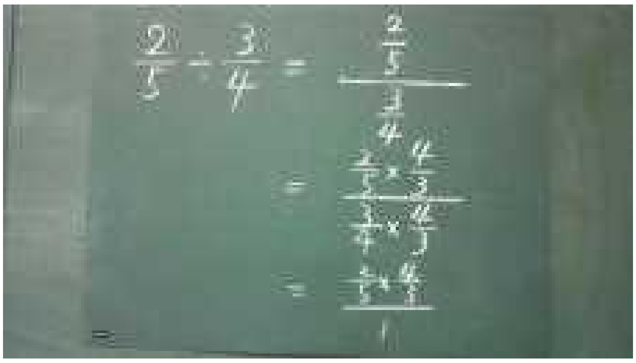


図22　⑩の考え方

そして，⑥の考え方で，（２×４）÷（３×５）としている部分を，（２×４）÷（５×３）として，$\frac{2\times4}{5\times3}$と書き加えた。これは，先攻知識として「分数のわり算は，わる数をひっくり返してかける」ことを知っているために，８÷１５に導くための途中の式を$\frac{2\times4}{5\times3}$にした方が説明しやすいと考えたからである。

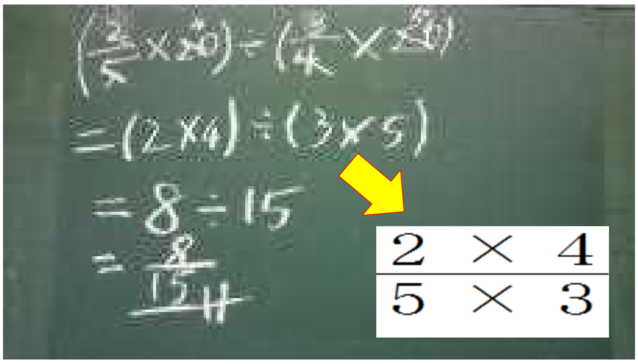


図23　⑥の考え方

また，⑨の(分子)÷(分子)，(分母)÷（分母)で考える方法についても，$\frac{2\div3\times4\times3}{5\div4\times3\times4}$ とし，$\frac{2\times4}{5\times3}$に直すことで，逆数をかける式に結びつけることができた。

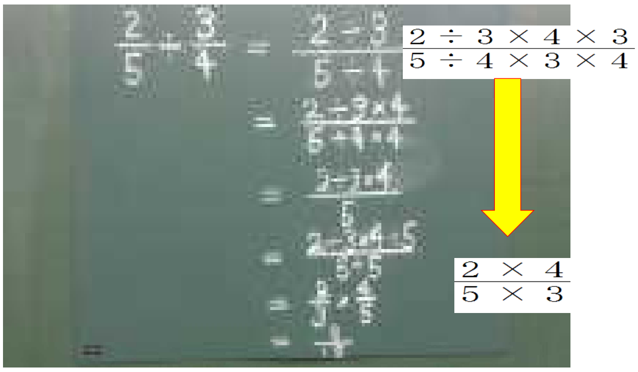
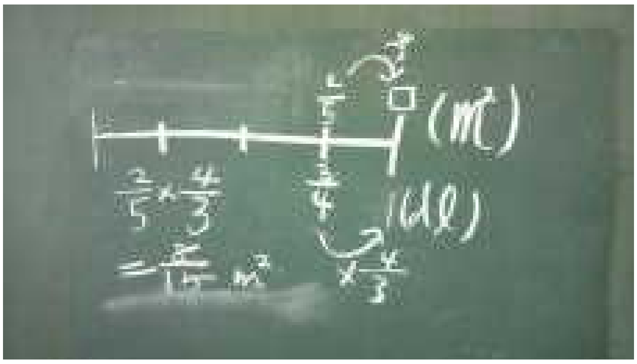


図24　⑨の考え方

さらに，②の数直線図から，$\frac{3}{4}$に $\frac{1}{4}$をたせば 1（dL）になるので，$\frac{2}{5}$の $\frac{1}{3}$をたせば求めることができるという考え方が出てきた。



$$\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{5}+\frac{2}{15}=\frac{6}{15}+\frac{2}{15}=\frac{8}{15}$$

$$\frac{2}{5}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$$

図25　②の考え方

この考えは，結果的に逆数をかけることに結びつけているため，驚きの声が挙がった解法である。

$\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{5}+\frac{2}{15}=\frac{6}{15}+\frac{2}{15}=\frac{8}{15}$となっていたのを，分配法則を使って，

$\frac{2}{5}\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$　とした。

この考え方を①の面積図にも適用することで，第 1 時で出てきた全ての考え方が，「分数を分数でわる計算は，わる数の逆数をかけて計算する」ことに結びついたといえる。

このようなことから，指導計画の改善として，「分数のかけ算」で「逆数」を位置づけたことが，式を変形させていく過程で，分母と分子に着目し，（分数）÷（分数）の計算は，除数を分母と分子を入れかえればよいことを，逆数を用いた考えと結びつけたと考えられる。また，繁分数にしたり，分母・分子を小数にしたりして取り扱うことで，分数の拡張としてとらえるとともに，計算や数量関係をより豊かな感覚で受け入れ，明瞭に分数の計算を理解することが可能となるのではないかと考える。

（２）学び合い活動によるメタ認知の育成

新しく身に付けた知識を実際に使うことで，知識・理解を確かなものにする。そして，新しく身に付けた知識に加え，これまでの知識を活用し，問題解決が可能な課題に取り組ませることで，知識内容の理解を深化させ，それを自由自在に使いこなせるようにする。知識を実際に使うことと，知識・理解の深化を結びつけることで，再構成できる力に繋がる学び合い活動を構想し取り組んだ。

第 1 時と第 2 時の授業の様子から，互いに理由を説明したり，補足したり，反論を行ったりする一連の活動が，理解を深めることに繋がることになった。子供同士が学び合いを通して考えた解決方法を共有することで知識や技能を獲得し，多様な考えを統合することにより，自分の考えを深めていくことで再構成できる力に繋がったと考察される。例えば，第 1 時で小数にして考えた方法（図 12）を参考に，繁分数で考える方法（図 19）を思いついた子がいた。その子は，（分子）÷(分子)，(分母)÷(分母)を繁分数で表す方法（図 18）を知ることで，商分数を用いて「分数の分数」（繁分数）で表すことができるのではないかと考えた。第 2 時にその考えを整理し，繁分数で表すことにより，「分数のわり算は，逆数をかけること」の意味や理解を深めることに繋がった。

また，再構成できる力を育むためには，学び合い活動の中にメタ認知を育む要素を組み込まれなければならないことも明らかになった。例えば，逆数をかけることについて，子供達が互いに理由を説明したり，補足したり，反論を行ったりする学び合い活動が，いわば明示化されたメタ認知の過程と捉えられる。学び合いを通して明示化された，こうした認知過程を知ることで子供達は，認知過程がどのようにモニターされ，コントロールされるのかを学んでいく。こうした経験の積み重ねが，メタ認知能力を育むことに繋がる。

今回の実践でも，例えば，解決方法を小黒板に書かせてその方法を説明する場を設定した。説明を行う子供は自分の考えが伝わるように説明を考えることになる。これが自らの問題解決方法を振り返る機会となる。また，説明を聴く子供達は自分とは異なる考え方に接することになり，これが自らの問題解決方法を振り返る機会を創り出すことになる。このような学び合い活動の場面では，子供達が互いに考えを説明したり，補足したり，疑問を出したりする対話が行われる。この対話の過程こそが明示化された認知過程であり，こうした経験を通じて子供達は認知過程がどのようにモニタされ，コントロールされるのかを学んでいくことになると考える。

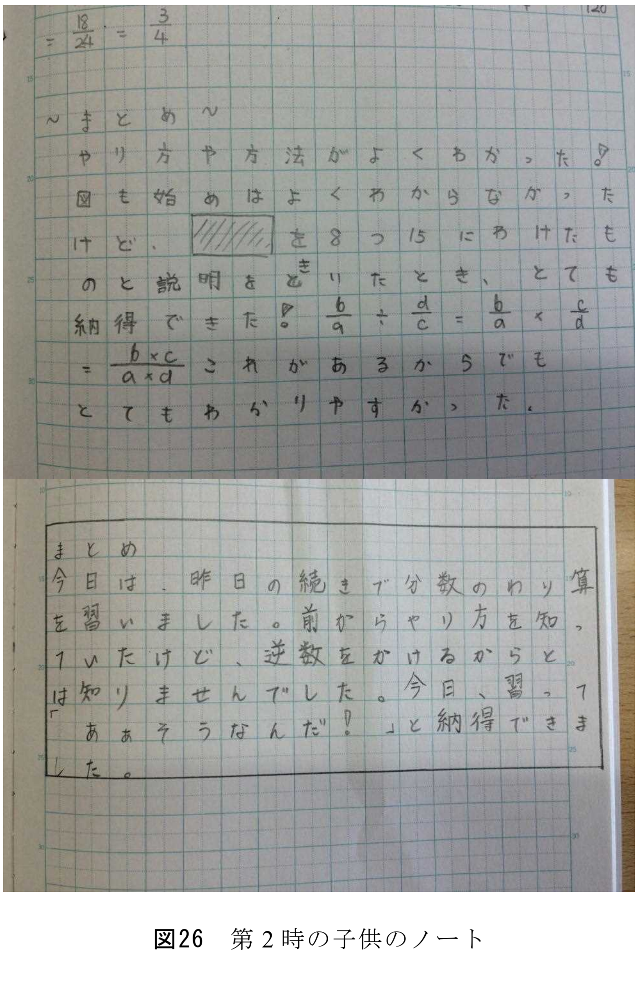


図26　第 2 時の子供のノート

（３）学び合い活動の子供の姿

学び合い活動を通して，子供達は友達の考えを聴いて，自分の考えよりも簡潔・明瞭・的確な方法があることに気付いた。学び合い活動が，単なる情報交換ではなく，自分と友達の考えを相互に関係付け，より質の高い考えへと再構成している表れである。

また，友達との関わりによって考え方や見方が広がる時，自己変革を認識し，学びの実感や充実感を深めた。例えば「前からやり方を知っていたけど……」（図26）のように，自分の状況を知り，自分を見つめ直すことで，次の学習へと駆り立てることに繋がった。

今回のように多様な考え方が出てくる場合，小黒板を活用して整理したり関連付けたりすることで，学び合いが可視化され，思考の過程が明確になっていった。

そして，思考は言語で認識されるため，言語活動を適切に入れることで思考を明確にすることも大切である。意見交換の後に自分の考えを文章でまとめることも効果的であることが確認できた。

学び合い活動とは，自分の考えを持ち，他者と共に考えを発展させていくものである。間違っても，形だけを踏襲して小集団やグループ活動などを取り入れて，中身が伴わず学び合いが形骸化してしまわないようにしなければならない。

（４）実態調査

分数の除法の演算の意味（どうして除数の逆数をかければ答えが求められるのか）について考えさせることが再構成できる力に繋がると考え取り組み，本校の子供達（第 6 学年 116 名）の分数のわり算についての理解を探ることにした。分数の除法を学習した直後と，約３ヶ月経った頃に除法の計算原理の再構成ができるかどうか調査してみた。（2015.6.1，2015.8.31）

問題（1）　$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$ になることを面積図を使って説明しなさい。

問題（2）　$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$ になることを（1）以外の方法で分かりやすく説明しなさい。

図27　実態調査の問題

問題(1)は単元終了後，面積図について概ね理解できている子は 8 割近くいたが，3 ヶ月後には半数に満たなかった。その中でも面積図の説明が不十分な子が多く，答えから面積図を導いていると考えられる回答が多く見られた。

表 4　正答数及び正答率

問題（1）	2015.6.1		2015.8.31	
	（人）		（人）	
正答	24	20.7%	5	4.3%
面積図はかけているが説明不足なもの	67	57.8%	52	44.8%
誤答	25	21.5%	59	50.9%
問題（2）				
逆数（正答）	56	48.3%	23	19.8%
逆数（説明不足）	10	8.6%	37	31.9%
繁分数	16	13.8%	8	6.9%
数直線図	7	6.0%	5	4.3%
小数にして計算	12	10.3%	10	8.6%
通分	11	9.5%	9	7.8%
無答（誤答）	1	0.9%	10	8.6%
誤答	3	2.6%	14	12.1%

（対象者　近畿大学附属小学校第 6 学年 116 名）

問題(2)についても，正答率が 96.5 %だったのが，79.3 %に下がっている。このことからも分かるように，学習直後では面積図で説明できていても，3 ヶ月後には面積図で表すことができなくなっている子が多い。つまり，面積図のように，新たな知識を習得してもそれを活用しなければ，時間が経っても再構成することが難しいと考える。

また，分数のわり算において，その活用が適当であるかという点では疑問が残る。分数のわり算の文章問題・計算問題ではわり算が 1 あたりの量を求めることが分かった上でなければ面積図を描くことは難しい。視覚的にも求めたい結果が見えやすいかというと，そうとも限らない。例えば，今回の問題で説明すると，図を描くことでどこが求めたい面積かを明らかにすることはできるが，どのようにその面積を数値で表すか，つまり計算の結果（答え）をその図から求めることは難しい。なぜなら，本題では$\frac{3}{4}$ dL で塗れる面積を基にして考え，面積図を 3 等分することで$\frac{1}{4}$dL が求められる。このように 1dL あたりを求めるためには同数累加をするために，基準の単位（ $\frac{1}{4}$dL）を求めることが要求されるからである。このことから分数のわり算の場合には，面積図を用いることで思考が発展的に展開されにくい。それは面積図が同数累加の考え方であることに由来していると考えられる。

また，文章問題の中でも面積や水量など「量」に関

する問題の場合には，面積図でその計算を表現することは可能であるが，割合や時間，3 種類以上のものを比べるような問題では面積図の使用はできない。以上のことから，分数のわり算では，無理に面積図を活用しなくてもよいと提案する。

調査の結果から，逆数を使った考え方の理解の定着はよいが，説明不十分なものが目立つ。さらに，繁分数を使って説明する子が半減している。そのことから，新たな知識を習得しても活用しなければ，時間が経つと再構成しにくいと考えた。そこで，逆数・繁分数の活用を図ることにした。

（５）逆数・繁分数の活用

繁分数は，中学校数学でも「分子と分母に同じ分数をかける計算」や「繁分数の処理」等の約分と逆の計算方法につながっていく。小学校の段階でも，分数の性質を自由に駆使して，繁分数にしたり，分母・分子を小数にしたりして取り扱うことで，分数の拡張としてとらえるとともに，計算や数量関係をより豊かな感覚で受け入れ，明瞭に分数の計算を理解することが可能となるのではないかと考える。そこで，逆数，繁分数を知った後，これまでのわり算について振り返ることにした。

①　（整数）÷（整数）について

$$12\div4=\frac{12\ \text{←÷4}}{4\ \text{←÷4}}=\frac{4}{1}=4$$

分母を１にするには，その分母と同じ数の４でわればよい。

$$12\div4=\frac{12\ \text{←×}\frac{1}{4}}{4\ \text{←×}\frac{1}{4}}=\frac{4}{1}=4$$

分母と分子に４の逆数をかけると考える。

図28　（整数）÷（整数）

（整数）÷（整数）の場合，商分数を活用して，図 28 のように見直すことができた。分母を１にするには，その分母と同じ数の４でわればよいことから，分母と分子に４の逆数をかけると考えさせるようにした。

②　（整数）÷（分数）について

（整数）÷（分数）の場合も，図 29 のように考えることができた。

$$4\div\frac{8}{11}=\frac{4}{\frac{8}{11}}$$
←これを分母が１の分数になるように考える。

$$=\frac{4\times\frac{11}{8}}{\frac{8}{11}\times\frac{11}{8}}$$
←逆数をかければ分母が１になる。

$$=4\times\frac{11}{8}$$
$$=\frac{11}{2}$$

図29　（整数）÷（分数）

③　（小数）÷（小数）について

（小数）÷（小数）の場合にも，繁分数を使って図 30, 31 のように考えることができた。

$$0.7\div0.3=\frac{0.7\ (\text{←}\times10)}{0.3\ (\text{←}\times10)}=\frac{7}{3}$$

図30　（小数）÷（小数）

$$0.7\div0.3=\frac{0.7}{0.3}=\frac{\frac{7}{10}\left(\times\frac{10}{3}\right)}{\frac{3}{10}\left(\times\frac{10}{3}\right)}$$

繁分数にする

$$=\frac{7}{10}\times\frac{10}{3}$$
$$=\frac{7}{3}$$

図31　（小数）÷（小数）

上記のことを通して，わり算は「分母が１になる分数の分子を求めること」と解釈できる見方が養われた。

④　「速さ」について

「速さ」の学習では，「速さ」は「単位時間あたりに進む道のり」とし，「道のり」の求め方は，「道のり」＝「速さ×時間」となっている。「速さ×時間」は「単位時間あたりの道のり×時間数」なので，「1 あたり量×いくら分」の順序になっている。これを逆にして，時間の方を 1 あたり量，速さの方をいくら分と解釈することは一見，不可能のように思える。ところが，繁分数を用いることで，上記の考え方が可能になる。

近年，かけ算はどちらの数値も 1 あたり量とすることができるので，かけ算の式で順序をいうのは無意味ではないか，と論議されている。例えば「時速 4km で 3 時間歩く道のり」を求めるには，「1 あたり量の数値は時速 4km の 4 になる」ので，「4km/時× 3 時間」になる。ところが，繁分数を用いて，「3km/(km/時)× 4km/時」と考えれば，3 も 1 あたり量の数値となる。つまり，3km/(km/時)× 4km/時という式を，「時速 1km あた

りで 3km 歩く道のり（1 あたり量）の時速 4km 分（いくら分)」と解釈することが可能になる。このことは，小学生において理解が困難なため，次のような例で，繁分数を活用して考えさせることにした。

⑤ 「調和平均」について

速さは，内包量のため加法・減法に適していないが，乗法・除法につながる量である。例えば，「1 ｋｍの道のりを，行きは時速 4 ｋｍで，帰りは時速 6 ｋｍで進みます。往復したときの速さの平均を求めなさい。」といった調和平均を求める場合，繁分数で処理した方が理解しやすいと思われる。行きにかかった時間が$\frac{1}{4}$時間，帰りにかかった時間が$\frac{1}{6}$時間なので，全体の平均の速さは，２÷（ $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$ ）となる。この式を繁分数を用いて考えると，図 32 のようになる。

$$\frac{\text{(道のり)}}{\text{(時　間)}}\quad \frac{2}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}=\frac{2}{\frac{5}{12}}=2\times\frac{12}{5}$$

図32　速さの平均

速さの平均を，（４＋６）÷２というように，相加平均で求めてしまう誤答が多かったため，ことばの式と照らし合わせながら繁分数を用いて考えていくことによって，調和平均について理解することができた。

このように逆数・繁分数を活用した指導展開を図り，これまでの学習と結びつけることで知識の再構成を図るようにした。子供同士の学び合い活動を通して，既習内容について新しく身に付けた知識を使って説明することで，互いの思考を高め，わり算の意味・理解を深化させることができた。

⑥ 「深い学び」との繋がり

中央教育審議会（2016）は，見方や考え方を働かせて思考・判断・表現し，見方や考え方を成長させながら、資質・能力を獲得していけるような学びが，「アクティブ・ラーニング」の視点とし，教科等の特質に応じた見方や考え方を働かせて思考･判断・表現し，学習内容の深い理解につなげる学びが，「深い学び」になると示している。

分数のわり算で繁分数を学ぶことで，理科の並列接続の合成抵抗の問題の理解ができたと言った子がいた。その子は，どうして$\frac{1}{R1}+\frac{1}{R2}+\frac{1}{R3}$で求めた数値をひっくり返すのかが分からなかったのだが，繁分数の意味を知ってすっきりしたと答えていた。

$$R0=\frac{1}{\frac{1}{R1}+\frac{1}{R2}+\frac{1}{R3}}$$

図33　並列接続の合成抵抗の公式

教科の枠を超えて活用できる力は，次期指導要領の「深い学び」に繋がるものではないだろうか。より広い範囲に適応できることで，知識の再構成化が行われているともいえる。「深い学び」を実現するには，個々の学習に向かう内発的な動機を高めることも必要だが，集団での「学び合い活動」（表現し合う・考えを共有し合う・共に解決しようとする等）によって，一人の学びでは成し得ない広がりや深まりを感得させることも必要である。自分の意見や考え，分からないこと等を交流することで，自分の考えが再構成され，その積み重ねが「深い学び」に繋がると考える。

６．まとめ

分数のわり算は「ひっくり返してかける」と言われるように，その形式だけが暗記されがちである。「なぜそうなるのか」これは，常日頃，子供達に問い続けていることであり，その理由について分かりやすく説明できる力をつけさせたいといつも願っている。集団の中で自分の考えを筋道立てて分かりやすく話し，他の発言の意図を捉えながら聴くなど，視点を明確にして互いに伝え合う中で，協力して問題を解決していく力を身につけるようにしてきた。例えば，自分で考えた解法の根拠を示し，根拠を基に筋道立てて話すようにさせることにより，思考力・判断力・表現力を育てることに繋がった。子供達は何から話すと分かりやすいのか，何を根拠に話すと分かってもらえるのか，これらについて思考を働かせ，表現の仕方を工夫した。このような「相手に分かりやすく伝えること」「考えの根拠を明確に説明し，相手を納得させること」「相手の考えを聴き意見を述べること」は，学び合い活動を通して身に付けたメタ認知能力が関与してくる。

本単元では，分数のわり算の計算の仕方を形式的・機械的に処理させるのではなく，計算のきまりや形式不易の考え等を手がかりに，「なぜ，そのように計算できるのか」ということを知ることが大切であり，その計算の仕方を子供自らが見つけ出し，考え出すことができるようにすることをねらいとした。既習事項を

駆使し，未習である分数のわり算の計算の仕方について，どうして除数の分子と分母を入れかえることで計算ができるのか，繁分数を用いて，それぞれの考え方をさらに見直すことで，一層理解が深まったと感じる。

また，分数のわり算の場合には，面積図を描くことは難しく，面積図を用いることで思考が発展的に展開されにくいこともあって，面積図を活用しなくてもよいと考える結論に至った。

分数のわり算での事例だけでなく，問題解決の学習過程において，子供達は課題解決のために，見通しをもって自力で解決に取り組み，その結果，集団で獲得した内容や考えを伝え合っていく活動を繰り返してきた。その結果，自分の考えや友だちの考えを伝え合う集団解決の場面を設定し，「学び合い活動」を行うことにより，自らの思考過程をふり返る過程を通して再構成する力が育まれると捉えることができるのではないだろうか。言い換えると，「再構成する力」は，自ら考えをもち，表現し，伝え合い，ふり返るといった一連の学びの過程を経て，自らの手で創り出したという実感を味わわせることが大切であると考える。

引用文献・参考文献

(1) 小学校学習指導要領解説　算数編　文部科学省　2008

(2) 稲垣桂世子・鈴木宏昭・大浦容子　認知過程研究　放送大学出版協会　2007

(3) 中原忠男編著　構成的アプローチによる算数の新しい学習づくり　東洋館出版社　1999

(4) 日本数学教育学会編著　算数教育指導用語辞典　東洋館出版社　2009

(5) みんなと学ぶ　小学校算数　学校図書 2015

(6) 子どもが学ぶ喜び，わかる喜びを味わえる授業　近畿大学附属小学校　2011

(7) 日本数学教育学会編著　数学教育学研究ハンドブック　2010

(8) 高橋誠　かけ算には順序があるのか　岩波書店　2011

(9) 佐伯胖　認知科学の方法　東京大学出版会　2007

(10) 佐伯胖　理解とは何か　東京大学出版会　2007

(11) アクティブ・ラーニングの視点と資質・能力の育成との関係について　文部科学省　2016